**Dati**

* G = (V,E) topologia *iniziale* della rete. V è l'insieme degli utenti, E contiene le coppie (i,j) di utenti che possono comunicare direttamente.
* G' = (V',E') = (V  P, EEp) topologia *potenziale* della rete, con VP = e EpE =. P è l'insieme delle posizioni potenziali dei droni, Ep è l'insieme dei potenziali link che si possono instaurare: per ogni arco (i,j) Ep si avrà che o i Ep, o j  Ep, o vi appartengono entrambi. Se i Ep e j Ep, allora significa che un drone posizionato in i può comunicare con un utente posizionato in j. Se i Ep e j Ep, allora significa che un utente posizionato in i può comunicare con un drone posizionato in j. Se entrambi i,jEp, allora significa che un drone posizionato in i può comunicare con un drone posizionato in j.
* N : numero di utenti.
* V : insieme degli utenti, V = {0,1,...,N-1}.
* ND : numero di droni disponibili.
* P : insieme delle posizioni potenziali dei droni, P = V' \ V = {N, N+1, ..., N+P-1}.
* Cijk: costo per la trasmissione dal nodo i al nodo j di un unità di flusso della commodity k.
* Tsd , con s,d V : matrice di traffico nxn contenente le unità di traffico che l'utente s (source) deve inviare all'utente d (destination).
* K : insieme delle k commodities. Vi è una commodity per ogni coppia distinta sorgente-destinazione di utenti.
* Bvk, con v V', k  K : differenza tra la quantità di flusso che il nodo v deve ricevere e la quantità che deve spedire, relativo alla commodity k. I valori Bvk relativi ai nodi-droni saranno uguali a 0 per ogni commodity k, in quanto essi hanno solo il compito di instradare i flussi ad altri nodi.
* TH : soglia relativa ai costi Cijk. Un costo superiore a TH viene interpretato come costo "infinito" (cioè i nodi i e j non possono comunicare).
* Dv , con v P : costo fisso per il deployment di un drone nella posizione potenziale v.
* H : numero massimo di connessioni simultanee tra due droni.
* UTX : capacità trasmissiva totale dei nodi.
* URX : capacità di ricezione totale dei nodi.
* Aij : coefficiente di attenuazione tra il nodo i e il nodo j.
* Iij : coefficiente di interferenza tra il nodo i e il nodo j.
* R: raggio trasmissivo dei droni.
* Rε: raggio dell'**area critica**, ovvero il cerchio entro il quale l'interferenza subìta dal drone è massima (Rε << R).
* Rγ : raggio **dell'area di attenuazione**, definita come la corona circolare prodotta dai cerchi concentrici di raggio R e Rε.
* Smax : valore massimo ammissibile del fattore di sconto, causato dalle interferenze, della capacità URX (caso peggiore).

**Variabili**

* yi (boolean)= 1 se c'è un drone nella posizione potenziale i; 0 altrimenti.
* xij (boolean)= 1 se il nodo (utente o drone) i può connettersi al nodo (utente o drone) j; 0 altrimenti.
* fijk = unità di flusso da trasmettere lungo l'arco (i,j) relativa alla commodity k.
* zi (boolean) = 1 se almeno un nodo attivo (drone o utente) è presente all'interno dell'area critica del nodo i; 0 altrimenti.
* si = fattore di sconto, causato dalle interferenze, da sottrarre alla capacità di ricezione totale del nodo i.
* oi (boolean) = 1 se lo sconto cumulato dell'area di attenuazione supera il valore di caso pessimo Smax; 0 altrimenti.

**Cardinalità delle variabili**

* yi = |P| = |V'| - |V|
* xij = |V'|2 - |V'| - |V|2
* fijk = |K| \* ( |V'|2 - |V'| -|V|2 )
* zi = |V'|
* si = |V'|
* oi = |V'|

*Nota: la cardinalità espressa per le variabili xij e fijk non è quella effettiva ma quella massimale, in quanto per ogni istanza il numero di variabili create viene minimizzato in base alla distanza geometrica tra i nodi i e j.*

**Modello**

s.t.

1)

1.a)

2)

3)

dove d(i,j) = distanza euclidea tra i nodi i e j

3.a)

4)

4.a)

5)

5.a)

6)

Sia :

7)

8)

9)

10)

11)

12)

**Commenti ai vincoli**

1. La somma dei flussi entranti in un nodo deve essere inferiore alla capacità nominale del nodo stesso, meno un fattore variabile dovuto all'interferenza causata dai possibili nodi che stanno trasmettendo nel suo range. L'interferenza è composta da due componenti mutualmente esclusive, in base alla vicinanza dei nodi. Se almeno un nodo è presente entro la distanza Rε, la capacità di ricezione del nodo si riduce di 1/(2\*e) (secondo il protocollo ALOHA). Se invece i nodi più vicini al centro sono quelli interni alla corona circolare compresa tra il raggio Rε e il raggio R, l'interferenza è proporzionale al loro numero e alla loro distanza, secondo l'equazione di path loss in open field (1/r2).
2. Interferenza nell'area critica: se almeno un nodo (utente/drone attivo) è presente nell'area critica del nodo i, allora il corrispondente fattore di sconto deve essere pari a Smax; altrimenti il vincolo è banalmente soddisfatto.
3. Interferenza nell'area di attenuazione: il fattore di sconto è proporzionale al numero di utenti e droni presenti nell'area di attenuazione del nodo i. Il vincolo è banalmente risolto se in tale posizione non è presente il drone o se il fattore di sconto totale supera la quantità massima Smax.
4. Il fattore di sconto dell'area di attenuazione non deve superare il valore massimo Smax.
5. Il vincolo implicitamente determina il valore della variabile oi in base al valore del fattore di sconto si.
6. Il vincolo implicitamente determina il valore della variabile zi. Si deve determinare il numero di utenti o droni presenti all'interno dell'area critica del nodo i. Dato che ai nodi utente non è associata alcuna variabile yi e la loro posizione è nota a priori, è possibile reperire questa informazione effettuando una pre-elaborazione (insieme Diε). In base alla cardinalità di questo insieme, vengono generate due tipologie di vincoli diverse. Se almeno un nodo (utente o drone) è interno all'area critica di i, la variabile zi assumerà valore 1, altrimenti assumerà valore 0.
7. La somma dei flussi uscenti dai nodi deve essere minore della capacità nominale del nodo stesso. Alla quantità di flusso base viene aggiunta una quantità (necessità di ritrasmissione) proporzionale al numero di nodi che subiscono interferenza dal nodo stesso.
8. conservazione del flusso per ogni nodo v V'.
9. Legame tra le variabili xij e le variabili yj, con i  V' e j P:
   * se xij=1, allora yj=1
   * se xij=0, allora yj=don't care (xij=0 se yj=0, Cijk > TH, o Uij=0)
   * se yj=0, allora xij =0
   * se yj =1, allora xij = don't care (xij=0 se Cijk>TH o uij=0 nulla, oppure xij=1 se Cijk<TH e Uij>0)
   * Considerazioni analoghe vengono fatte per le variabili xji.
10. Un drone non può mantenere più di H connessioni simultanee con altri nodi.
11. Non posizionare più di ND droni.
12. Legame tra le variabili fijk e xij: se xij = 0, allora la somma dei flussi entranti in j deve essere nulla.

**Vincoli ridondanti**

1. * *con Rmin: numero minimo di connessioni che un drone deve mantenere*
   * legame tra le costanti cijk e le variabili fijk. Si considera un valore di soglia TH tale che se cijk> TH allora il costo viene considerato infinito (i nodi i e j non possono comunicare). Più formalmente, se cijk> TH (per ogni k), allora xij =0.